Institut für Partielle Differentialgleichungen
Prof. Dr. Thomas Sonar
Dorian Hillebrand

Technische Universität Braunschweig

Analysis für Elektrotechnik

Sommersemester 2025

Übungsblatt 1 **17. April 2025**

Abgabe bis spätestens **17. April 2025** um **13.00 Uhr** in den Briefkästen hinter PK 4.3.
Das Übungsblatt wird in der darauffolgenden Woche in den kleinen Übungen besprochen.

Informationen

- Sie dürfen und sollen die Hausaufgaben zu zweit abgeben. Ihre Abgabepartnerin/Ihr Abgabepartner muss dabei in derselben Übungsgruppe wie Sie sein.
- Beachten Sie, dass Ihre Lösungen lesbar und nachvollziehbar sein müssen! Achten Sie dabei auf eine klare mathematische Notation.
- Schreiben Sie auf Ihre Abgaben immer die Namen und Matrikelnummern beider Beteiligten sowie die Nummer der Übungsgruppe.
- Tackern Sie Ihre Lösungen!
- Bitte geben Sie Ihre handschriftliche Lösung wie oben angegeben in den Briefkästen hinter PK 4.3 ab.
- Die Korrektur Ihrer Aufgaben erfolgt durch Ihren Übungsleiter. Sie bekommen die korrigierten Abgaben in der folgenden Woche in der entsprechenden kleinen Übung zurück.
- Auf jede Aufgabe gibt es vier Punkte.
- Auf manchen Übungsblättern wird es eine Bonusaufgabe geben.
- *Verzweifeln Sie nicht: Es ist völlig normal, wenn man nicht jede Aufgabe auf Anhieb lösen kann. Bilden Sie Lerngruppen, arbeiten Sie zusammen und geben Sie nicht auf!*

Aufgabe A.1.1 (Aussagenlogik)

Formulieren Sie folgende Aussagen mithilfe der Aussagenlogik:

(a) Wenn es bewölkt oder sonnig ist, und es nicht bewölkt ist, dann ist es sonnig.

(b) Dass schwarze Katzen nur grüne oder gelbe Augen haben, ist gleichwertig damit, dass eine Katze, die schwarz ist und keine grünen Augen hat, nur gelbe Augen haben kann.

Definieren Sie dazu zunächst Aussagen A,B,C,..., wie etwa

A : Die Katze ist schwarz.

und machen Sie anschließend Gebrauch von der Notation aus der großen Übung.

Aufgabe A.1.2 (Distributivgesetze)

Seien A, B, C Aussagen

(a) Beweisen Sie mithilfe von Wahrheitstafeln die Distributivgesetze:

$$(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C)),$$
$$(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C)).$$

(b) Formulieren Sie das erste Distributivgesetz für folgende Aussagen:

A : Hund ist braun.

B : Hund ist ein Dalmatiner.

C : Hund ist weiß-schwarz getupft.

Aufgabe A.1.3 (Potenzsummen)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

(a) Für die Summe der ersten n Quadratzahlen gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1).$$

(b) Für die Summe der ersten n Kubikzahlen gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2.$$

Aufgabe A.1.4 (Zwei Beweise)

Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl.

(a) Beweisen Sie die folgende Identität mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2.$$

(b) Beweisen Sie die beiden folgenden Gleichungen zu Binomialkoeffizienten:

$$(i) \quad \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n,$$
$$(ii) \quad \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} \mp \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0.$$

Schreiben Sie dazu beide Ausdrücke als Summe und wenden Sie geschickt den binomischen Lehrsatz aus der großen Übung an.